المتغيرات موضوع البحث ، كما أن جميع التطبيقات الاقتصادية تفترض أن السلاسل الزمنية تتمتع بخاصية الاستقرار والسكون STATIONARITY ، ويمكن من خلال رسم انتشار السلسلة الزمنية الحكم على استقرار أو عدم استقرار السلسلة. كما يرجع عدم الاستقرار لأحد الأسباب التالية :

- وجود اتجاه عام.
- وجود تقلبات موسمية.
- عدم استقرار التباين.

إذا تنحصر الخطوة الأولى في تمهيد السلسلة الزمنية وجعلها مستقرة لتتحلى بالصفات التالية :

- القيمة المتوقعة للسلسلة ثابتة $\mu = E(Y_t); t = 1..T$
- التباين ثابت $\sigma^2 = VAR(Y_t); t = 1,..,T$ ، وتعني أن التباين ثابت والسلسلة تتذبذب حول القيمة المتوقعة .
- التغاير ثابت $S > 0; COV = (Y_t, Y_{t+S}) = \gamma_s$ أو $\rho_s = \dfrac{COV(Y_t + Y_{t+S})}{\sigma^2}$

، وتقيس العلاقة بين القيم في فترات زمنية متعددة ذات فترات ابطاءs ، ويسمى معامل التغاير



## ❖ اختبار سكون واستقرار السلسلة الزمنية

تتوفر بعض المعايير الإحصائية التي تُستخدم في وصف نوعية السلسلة الزمنية موضوع البحث وبالتالي تسهيل نمذجتها، تتمثل هذه المعايير في:

### 1- دالة الارتباط الذاتي ACF

تُعرف دالة الارتباط الذاتي عند الفجوة k كما يلي : $\hat{\rho}_k = \dfrac{\sum_{t=1}^{T}(y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{T}(y_t - \bar{y})^2}$ ، وتبين مدى ارتباط قيم السلسلة المتجاورة حيث تتراوح قيمة معامل الارتباط الذاتي $\rho$ بين −1، 1 ، في حالة استقرار السلسلة

تكون قيمة $\rho = 0$ أو مختلف عنه معنويا بالنسبة لأي فجوة k>0 مما يعني قبول فرضية إنعدام معاملات

الارتباط الذاتي .

لإجراء اختبار لمعنوية معاملات الارتباط الذاتي لكل قيمة على حده نستخدم الإحصائية التالية:

**< إحصائية بارلات BARLETT.**

$$\hat{\rho}_k \sim N(0,\frac{1}{T}) \quad \text{وتعني} \quad \frac{\hat{\rho}_k}{\sqrt{\frac{1}{T}}} \sim N(0,1)$$

حيث أن معاملات الارتباط الذاتي لها توزيع طبيعي N بوسط حسابي 0 وتباين T/1، وترمز T الى عدد المشاهدات للمتغير موضوع البحث. فإذا أردنا أن نقارن القيمة المحتسبة والجدولية للقانون التوزيع الطبيعي المعياري عند درجة ثقة معينة (مثلا 95%)، فإذا كانت القيمة المحتسبة اصغر من القيمة الجدولية فإننا سنقبل فرضية العدم (بإن معامل بارلات بدرجة إبطاء k يساوي 0 والعكس يختلف جوهريا عن 0).

ولإجراء اختبار لمعنوية معاملات الارتباط الذاتي ككل نستخدم أحد الإحصائيات التالية:

**-إحصائية PIERCE & BOX**

$$Q = T\sum_{k=1}^{K}\hat{\rho}_k^2 \sim \chi^2\ (K)$$

، حيث أن Q لها توزيع كاي تربيع بدرجات حرية تساويK

(مثال :لو فرضنا ان عدد فترات الإبطاء 51، ودرجة الثقة 90% فتكون القيمة الحرجة 22.31 (من جداول كاي تربيع) وبالتالي نرفض فرضية العدم إذا كانت القيمة المحتسبة أكبر، أي أن كل معاملات الارتباط الذاتي مساوية للصفر وتعني أن السلسلة غير مستقرة وتقبل الفرضية إذا كانت القيمة المحتسبة أصغر من القيمة الجدولية وتكون السلسلة مستقرة).

**- إحصائية LJUNG-BOX ، وهي تعطي نتائج أفضل**

$$Q = T(T+2)\sum_{k=1}^{K}\frac{1}{T-k}\hat{\rho}_k^2 \sim \chi^2(K)$$

، ويسمى اختبار PORTMANTEAU

وبالصفة عامة دالة الارتباط الذاتي ACF بالنسبة للسلاسل المستقرة لها شكل خاص ، حيث تتنازل كلما زادت درجات الإبطاء كما أن دالة الارتباط الذاتي للسلسلة المستقرة تتنازل بسرعة وتكون قريبة من الصفر.

## 2- دالة الارتباط الذاتي الجزئي PACF

تقيس دالة الارتباط الذاتي الجزئي الأثر الجزئي لإضافة القيم المتأخرة لمتغير ما ، ويمكن الحصول على معاملات PACF من معادلة الانحدار الذاتي للسلسلة موضوع البحث كما يلي :

$$Y_t = \delta + \vartheta_1 Y_{t-1} + .. + \vartheta_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

ويكون معامل PACF بدرجة1 هو $\vartheta_1$ ، وبصفة عامة يكون معامل PACF بدرجة P هو المعامل $\vartheta_p$

## ❖ طرق تثبيت السلسلة الزمنية

من المعروف أن المتغيرات الاقتصادية تُعتبر سلاسل زمنية غير مستقرة كونها تسير بصفة عامة في اتجاه عام وبالتالي فإنه يصعب نمذجة تلك السلاسل الزمنية ، لذلك لابد من تحويلها لسلاسل زمنية مستقرة ، من بين الأساليب المستخدمة في تثبيت السلسلة الزمنية:

### 1- في حالة عدم ثبات التباين

من الوسائل المستخدمة في تثبيت التباين، تحويل السلاسل الزمنية الى سلاسل اخرى باستعمال أحد الوظائف FUNCTION التالية :

- اللوغاريتم.
- الجذر التربيعي.

### 2- في حالة الاتجاه العام

من الوسائل المستخدمه في التخلص من الاتجاه العام :

#### - طريقة التفاضل DIFFERENCING.

تقتضي هذه الطريقة طرح قيم المشاهدات من بعضها البعض لفترات إبطاء معينة، فمثلا التفاضل من الدرجة الأولي يكون كالتالي :

$w_t = \Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ ، حيث أن $\Delta$ هو معامل التفاضل. أما التفاضل من الدرجة الثانية $z_t = w_t - w_{t-1} = \Delta y_t - \Delta y_{t-1} = (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2}) = y_t - 2y_{t-1} - y_{t-2}$ قد يلجأ الباحث أحيانا إلى تطبيق عدة درجات من التفاضل لتخلص من الاتجاه العام.

#### - استعمال الانحدار الخطي في تقدير الاتجاه العام

تقدير الاتجاه العام $y_t = \alpha + \beta t + u_t$ ثم عزل السلسلة المنقاه بتقدير البواقي $U_t = Y_t - (\hat{\alpha} + \hat{\beta} t)$ ,

والتعامل مع البواقي كسلسلة زمنية مستقرة.

### 3- التخلص من الموسمية

لتجريد السلسلة من العنصر الموسمي نستخدم طريقة التفاضل الموسمي SEASONAL DIFFERENCING وذلك بطرح القيم من بعضها البعض حسب فترات الإبطاء المتسقة مع نوع البيانات ، فمثلا :

- التفاضل ربع سنوي $z_t = y_t - y_{t-4}$
- التفاضل شهري $z_t = y_t - y_{t-12}$

# نماذج السلاسل الزمنية الخطية

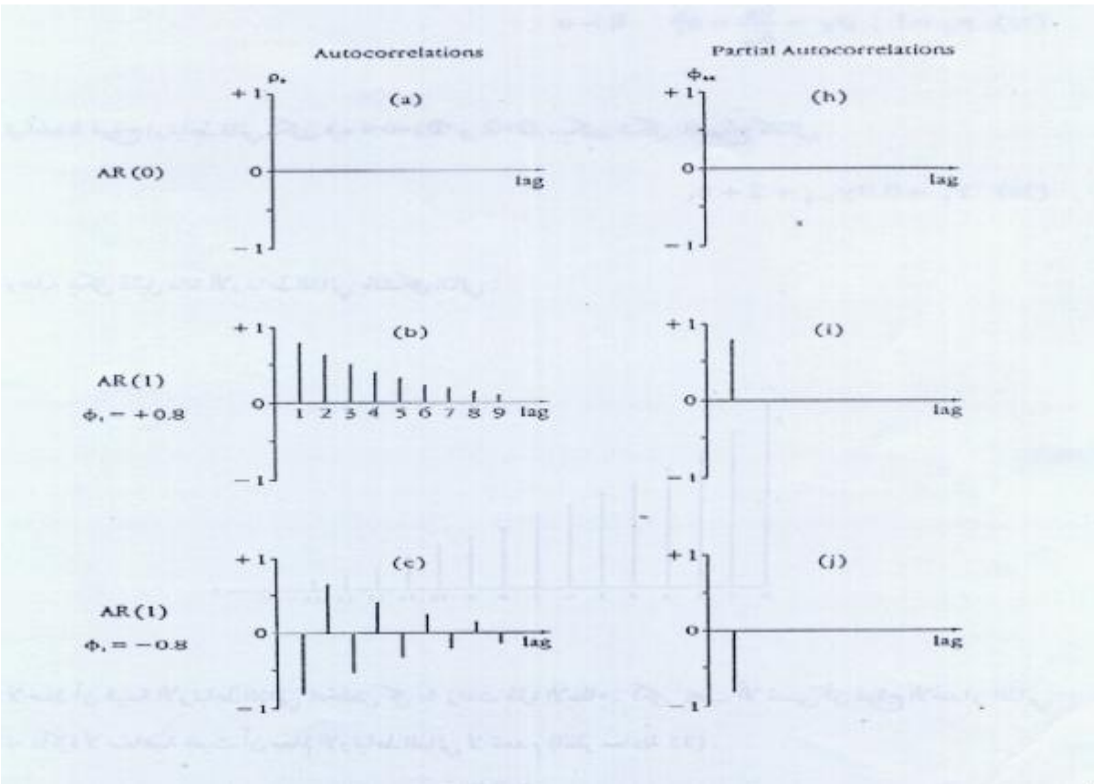
سنركز على النماذج التي ترتبط السلسلة الزمنية بقيمها السابقة وبمعدلات مرجحة من الأخطاء العشوائية.

## 1- نموذج الانحدار الذاتي AR.

تعتمد قيم المتغير الحالي على قيمه السابقة، ويمكن تمثيل نموذج الانحدار الذاتي بدرجة إبطاء p كما يلي:

$y_t = \delta + \theta_1 y_{t-1} + .. + \theta_p y_{t-p} + \varepsilon_t$ ، ويقرأ بنموذج AR(p)

فمثلا نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الأولي AR(1) هو: $y_t = \delta + \theta_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ ، لنفرض أن قيم $\delta = 2, \theta_1 = 0.9$ فعندئذ يكتب النموذج $y_t = 2 + 0.9_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ بصفة عامة تكون دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي لنماذج AR دالة الارتباط الذاتي تنخفض كلما زادت فترات الإبطاء :(




## 2- نماذج المتوسط المتحرك MA.

يأخذ هذا النوع من النماذج الشكل التالي :

$y_t = \mu + \varepsilon_t - \vartheta_1 \varepsilon_1 - .. - \vartheta q \varepsilon_{t-q}$ , ويسمى بنموذج متوسط متحرك من الدرجة q ويقرأ MA(q) حيث

أن $\varepsilon' s$: الطبيعي مستقلة ذات متوسطات حسابية صفرية وتباين ثابت وتتبع القانون متغيرات عشوائية.

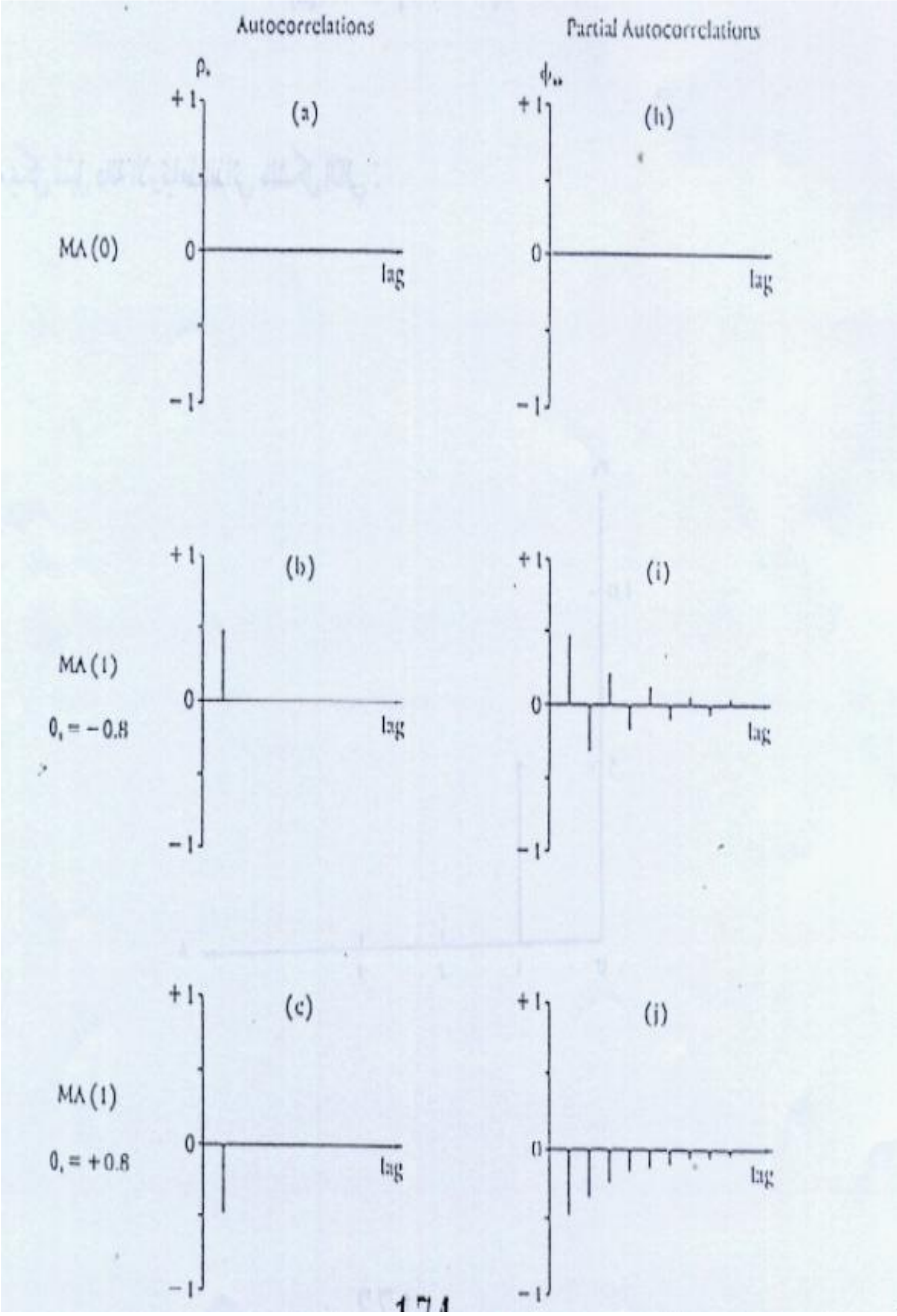
$\vartheta' s$: معلمات النموذج ، $\mu$ الوسط الحسابي للمتغير موضوع البحث.

فمثلا النموذج من الدرجة الأولي يكون $y_t = \mu + \varepsilon_t - \vartheta_1 \varepsilon_1$ ويقرأ بنموذج MA(1),

كمايلي:

نفرض أن $\mu = 2, \vartheta_1 = 0.8$ وبالتالي يأخذ النموذج الشكل : $y_t = 2 + \varepsilon_t - 0.8\varepsilon_1$

وبصفة عامة تكون دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي لنماذج المتوسط المتحرك كما يلي :




3− [نموذج أنحدار ذاتي ومتوسط متحرك ARMA].

يعتبر هذا النوع من النماذج المُركبه فهو دمج لنموذجين انحدار ذاتي ومتوسط متحرك فعلى سبيل المثال

النموذج ARMA(1,1) التالية يأخذ الصيغة : $y_t = \delta + \theta_1 y_{t-1} + \varepsilon_t - \vartheta_1 \varepsilon_1$ ويسمى نموذج انحدار

ذاتي من الرتبه 1 ونموذج متوسط متحرك من الرتبه1 ، وبصفة عامة الجدول التالي يلخص ميزت

النماذج السابقة :

| النموذج | ACF | PACF |
| --- | --- | --- |
| عشوائي | كلها صفرية | كلها صفرية |
| MA(1) | صفرية بعد $\rho_1$ | تنازل بعد $\Phi_1$ |
| MA(2) | صفرية بعد $\rho_2$ | تنازل بعد $\Phi_2$ |
| MA(q) | صفرية بعد $\rho_q$ | تنازل بعد $\Phi_q$ |
| AR(1) | تنازل هندسيا ابتداء من $\rho_1$ | صفرية بعد $\Phi_1$ |
| AR(2) | تنازل هندسيا ابتداء من $\rho_2$ | صفرية بعد $\Phi_2$ |
| AR(p) | تنازل هندسيا ابتداء من $\rho_p$ | صفرية بعد $\Phi_p$ |
| ARMA(1,1) | تنازل هندسيا ابتداء من $\rho_1$ | تنازل بعد $\Phi_1$ |
| ARMA(p,q) | تنازل هندسيا ابتداء من $\rho_p$ | تنازل بعد $\Phi_q$ |

4- منهجية بوكس وجنكنز في التنبؤ.

**توجد أربع خطوات لابد من إتباعها قبل البدء في استخدام نماذج بوكس وجنكنز في التنبؤ :**

1. التأكد من استقرار السلسلة، والقيام بالتفاضل كون السلسلة غير مستقرة.
2. تمييز النموذج وهو تحديد الرتب لنماذج الانحدار الذاتي والمتوسط المتحرك ، وذلك باستخدام دالة الارتباط الذاتي ACF ودالة الارتباط الذاتي الجزئي. PACF
3. تقدير معلمات النموذج والتأكد من معنويتها إحصائيا .
4. اختبار سوء التوصيف ويعني التأكد من أن النموذج مناسبا ويمكن الاعتماد عليه في التنبؤ.

## ❖ اختبار سوء التوصيف

يهتم بمدى صلاحية النموذج والاعتماد عليه في التنبؤ

### قاعدة اتخاذ القرار

بعد صياغة فرضية العدم والبديلة في اختبار سوء التوصيف ، يتم حساب إحصائية ليون وبوكس عند درجات ابطاء مختلفة:

- الفرضية العدم: تقول أن معاملات الارتباط الذاتي المقدرة للأخطاء العشوائية المقدرة.
  ولفترات إبطاء k متساوية $H0 : \hat{r}_1 = .. = \hat{r}_k$.
- الفرضية البديلة: تقول انه أي معامل أخر مختلف .

وحيث أن إحصائية ليون وبوكس لها توزيع كاي تربيع بدرجات حرية تساوي K (وهي درجات الإبطاء) ، يتم مقارنتها مع إحصائية كاي تربيع الجدولية فإذا تبين أن قيمة كاي تربيع أكبر من إحصائية ليون وبوكس نقبل فرضية عشوائية الأخطاء وبالتالي قبول فرضية العدم ، والعكس في حالة أن إحصائية ليون وبوكس أكبر من كاي تربيع عند درجات حـــــــــرية (K).