



التحليل باستخدام شجرة القرار

د. مصطفى بابكر



التحليل باستخدام شجرة القرار (Decision Tree Analysis)

- يمكن تحليل مسائل اتخاذ القرار بيانياً باستخدام التحليل الشجري للقرار عندما يكون عدد الأفعال وحالات الطبيعة محدود (أقل من 4 أفعال و 4 حالات). وتأتي فائدة استخدام الشجرة لشفاية وسهولة التحليل حيث يمكن رؤية كل أفرع عملية اتخاذ القرار بيانياً. وتعرف شجرة القرار على أنها رسم بياني يوضح الأفعال الممكن اتخاذها، حالات الطبيعة واحتمالاتها، والمنافع المرتبطة بكل زوج من الأفعال وحالات الطبيعة.
- تعتبر شجرة القرار ذات أهمية خاصة في تحليل مسائل القرار التي تحتوي على سلسلة من القرارات أو سلسلة من حالات الطبيعة المتتابعة الحدوث.



● تستخدم شجرة القرار المصطلحات التالية:

1. النقاط التي عندها يجب أن يتخذ القرار تعرف بنقاط القرار (Decision Nodes) ويرمز لها بالمستطيلات.
2. النقاط التي عندها تحدث حالات الطبيعة تعرف بنقاط الحالة (State Nodes) ويرمز لها بالدوائر.
3. أي ممر يخرج من نقطة قرار يمثل فعل مختلف.
4. أي ممر يخرج من نقطة حالة يمثل حالة مختلفة للطبيعة.



5. بالقرب من أي ممر يخرج من نقطة حالة يسجل الاحتمال المسبق لتلك الحالة ويجب أن يكون مجموع الاحتمالات مساويا الواحد الصحيح.
6. في نهاية أي ممر أو فرع للشجرة يخرج من نقطة حالة يكتب مقدار المنفعة المتحصل عليها.
7. يكتب حاصل ضرب احتمالات الفروع ومقادير المنفعة المتحصلة عند نهاية الفروع في داخل دائرة نقطة الحالة التي تنشأ منها تلك الفروع وتمثل هذه القيمة المنفعة النقدية المتوقعة (EMV) لذلك الفعل.



- يلي ذلك فحص كل الأفعال المنبثقة من نقطة القرار واختيار الفعل ذو أكبر EMV ويتم إلغاء الأفعال الأخرى بوضع خطين متوازيين صغيرين على الأفرع التي تمثلها .



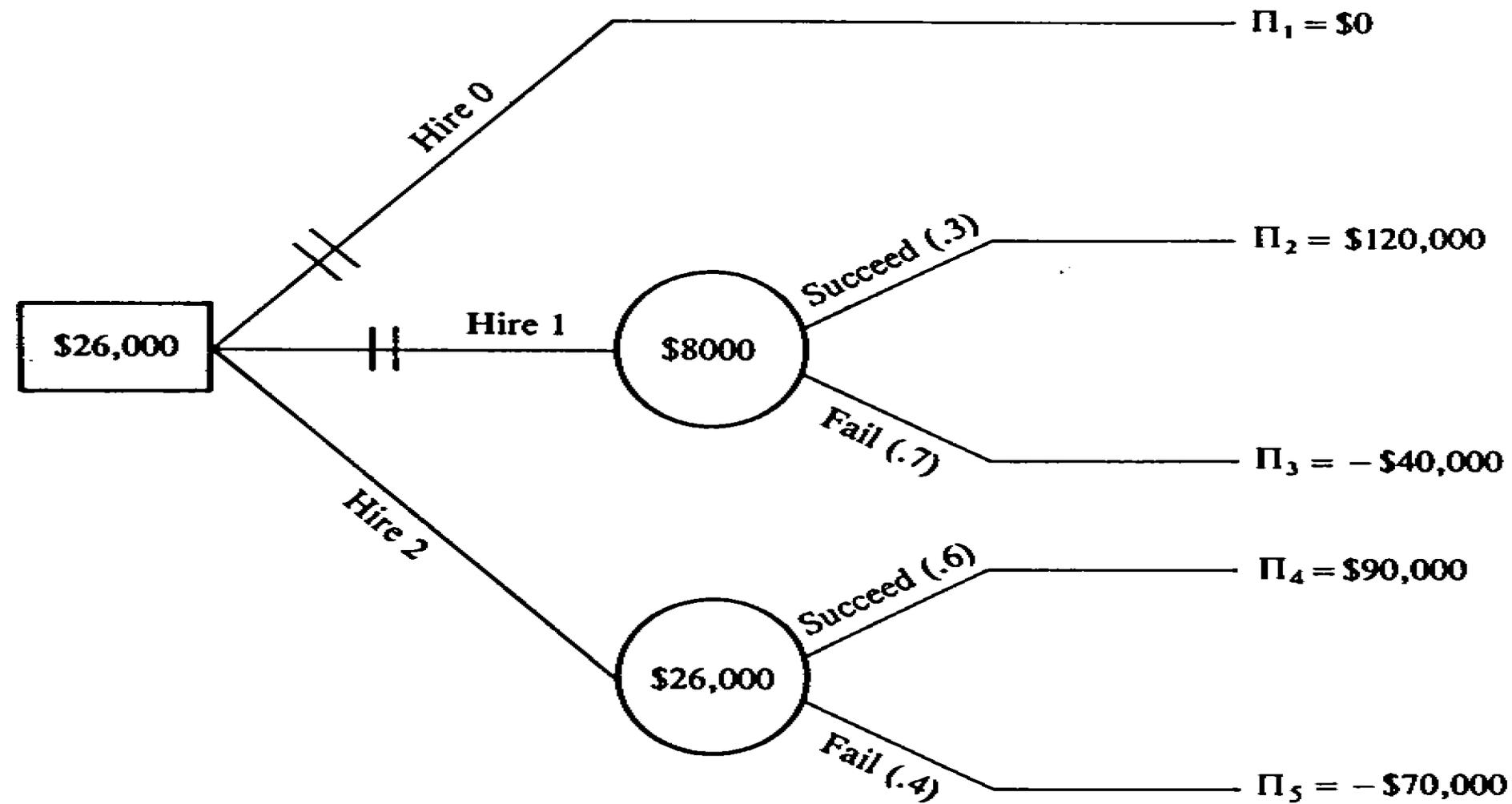
مثال I:

شركة كيميائية يجب أن تقرر فيما أن تطور نوع جديد من الغراء أم لا. هناك ثلاث خيارات للشركة الأول (a_1) ألا تستثمر في تطوير الغراء، الثاني (a_2) أن تستأجر كيميائي للقيام بمهمة التطوير بتكلفة 40,000 دولار والثالث (a_3) أن تستأجر كيميائيين بتكلفة قدرها 70,000 دولار. إذا تمكنت الشركة من تطوير المنتج بنجاح يمكن أن تنتج 80,000 وحدة سنويا بأرباح مقدارها 2 دولار للوحدة. أما إذا فشلت الشركة في تطوير المنتج ستخسر كل تكاليف البحوث الخاصة بتطوير المنتج. احتمال أن يطور كيميائي يعمل لوحده المنتج الجديد 0.3 بينما يزداد الاحتمال إلى 0.6 إذا عمل الكيميائيين مع بعض. المطلوب إنشاء شجرة قرار لهذه المسألة ومن ثم تحديد الفعل الأمثل.



الحل:

الشكل أدناه يوضح شجرة القرار لهذه المسألة.





● بالرغم من أن تتابع الأفعال وحالات الطبيعة يأخذ المسار من اليسار لليمين فإن المسألة تحل بالتحرك من اليمين تجاه اليسار. بدءاً من مستطيل القرار هنالك ثلاثة أفعال ممكنة هي أن تستأجر الشركة عدد 0، 1، أو 2 كيميائي. حيث الخيار الأول (a_1) ينتج أرباحاً تساوي صفر لأن الشركة صرفت النظر عن المشروع. أما إذا استأجرت الشركة كيميائي واحد نصل في شجرة القرار إلى نقطة أو عقدة حالة الطبيعة حيث إما أن ينجح المشروع باحتمال 0.3 أو أن يفشل باحتمال 0.7. في حالة الفشل تخسر الشركة تكلفة البحوث أي 40,000 دولار وفي حالة النجاح تباع الشركة 80,000 وحدة لتربح 120,000 دولار (160,000-40,000).



أما إذا استأجرت الشركة كيميائيين نصل أيضاً إلى دائرة حالة الطبيعة في شجرة القرار وعندها إما أن تنجح الشركة في التطوير باحتمال 0.6 محققة بذلك \$90,000 من الأرباح (70,000-160,000) أو أن تفشل وتكبد خسائر تكلفة البحوث وهي اجر الكيميائيين، أي 70,000 دولار.



• حل المسألة تتابع من اليمين تجاه اليسار حيث الرقم في الدائرة التابعة للخيار "استأجر كيميائي واحد" يمثل القيمة النقدية المتوقعة EMV.

$$EMV(\text{hire one chemist}) = 120,000 \times 0.3 + (-40,000) \times 0.7 = \$8000$$

وكذلك في الدائرة التابعة للخيار "استأجر 2 كيميائي" نجد القيمة النقدية المتوقعة تساوي:

$$EMV(\text{hire two chemists}) = 90,000 \times 0.6 - 70,000 \times 0.4 = \$26,000$$

وعليه فإن القرار الأمثل هو استئجار كيميائيين لتنفيذ المشروع حيث ينتج عنه أعلى EMV. ولذلك سجلت القيمة المثلى في مستطيل القرار في الشجرة وشطب الأفرع الخاصة بالخيارات الأخرى.



مثال 2:

يوضح المثال التالي استخدام شجرة القرار في تحليل المسائل ذات الأفعال المتتابعة (Sequential Actions) حيث يتعذر في مثل هذه المسائل استخدام جداول المنافع التقليدية.

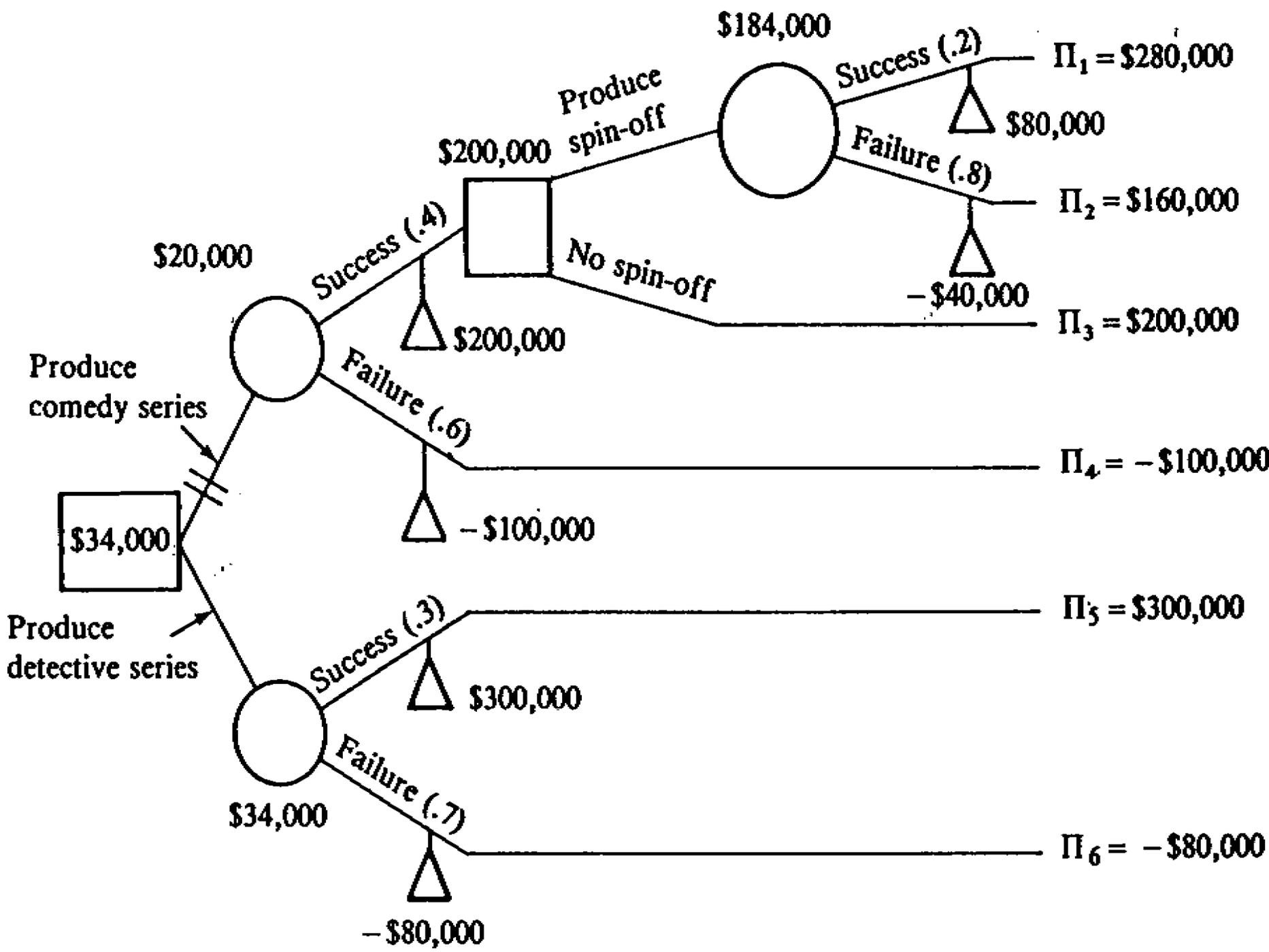


تود شبكة البث التلفزيوني XYZ أن تقرر أي المسلسلين تنتج للموسم القادم. المسلسل الأول بوليسي يتوقع له أن يحقق أرباحاً تبلغ $\$300,000$ بنسبة نجاح 30% أو أن يؤدي إلى خسارة تبلغ $\$80,000$ في حالة فشله. أما المسلسل الآخر فهو كوميدي بفرصة 40% لتحقيق $\$200,000$ أرباح وفرصة 60% أن يتسبب في خسائر تبلغ $\$100,000$ في حالة نجاح المسلسل الكوميدي للشبكة الخيار في عمل مسلسل ترفيهي مستخدمة أحد نجوم المسلسل الأول. وستحصل الشبكة من المسلسل الترفيهي على $\$80,000$ أرباح باحتمال 0.2 أو خسارة $\$40,000$ باحتمال 0.8. المطلوب إنشاء شجرة قرار لهذه المسألة ومن ثم تحديد الفعل الأمثل.



الحل:

الشكل أدناه يبين شجرة القرار لهذه المسألة حيث الأرقام بجانب المثلثات (Triangles) تشير إلى الخسائر أو الأرباح عند نقاط حدوثها. وتمثل المبالغ في نهاية أفرع الشجرة من الجهة اليمنى مجموع المبالغ الموضحة على المثلثات على طول الممر المؤدي للنقاط النهائية.





لحل المسألة أولاً نوجد القيمة النقدية المتوقعة لكل فعل وذلك بمتابعة حساب الأرباح والخسائر من اليمين نحو الشمال على طول أفرع شجرة القرار وينتج من ذلك:

$$EMV(\text{DetectiveSeries}) = 300,000 \times 0.3 + (-80,000) \times 0.7 = \$34,000$$



في الجانب الآخر يوضح الممر الأعلى للأفرع في الشجرة أنه إذا أنتج المسلسل الكوميدي والمسلسل الترفيهي وكانا ناجحين فإن القيمة الكلية للأرباح هي $\pi_1 = \$280,000$ (مجموع الأرقام بالقرب من المثلثات على طول الطريق المؤدية إلى π_1 أي $200,000 + 80,000$) وبنفس الطريقة إذا نجح المسلسل الكوميدي ولكن لم ينجح المسلسل الترفيهي فإن جملة الأرباح هي $\pi_2 = 160,000$ ($200,000 - 40,000$) وتبين نقطة حالة الطبيعة في نهاية الفرع الذي يمثل إنتاج المسلسل الكوميدي القيمة النقدية المتوقعة للمسلسل الكوميدي وهي:

$$EMV(\text{ComedySeries}) = 200,000 \times 0.4 - 100,000 \times 0.6 = \$20,000$$



حيث 200,000 تساوي القيمة النقدية المتوقعة في حالة عدم إنتاج المسلسل الترفيهي عند نقطة اتخاذ القرار الخاص بإنتاج المسلسل الترفيهي. وحيث أن هذه القيمة أعلى من الأرباح المتوقعة لإنتاج المسلسل فإن القرار الأمثل عند مستطيل القرار الثاني هو عدم إنتاج المسلسل وذلك كُتبت 200,000 على ذلك المستطيل في شجرة القرار. وبالوصول إلى المستطيل الأول نلاحظ أن القيمة النقدية المتوقعة من إنتاج المسلسل البوليسي أكبر من القيمة النقدية المتوقعة من إنتاج المسلسل الكوميدي (أي 34,000 أكبر من 20,000) وعليه فإن الفعل الأمثل هو إنتاج المسلسل البوليسي وعليه فقد كُتب 34,000 على المستطيل الأول وشطب الفرع المؤدي للخيار الآخر.



أخيراً، يجب التنويه في أن تستخدم جداول المنافع وشجرة القرار بقدر من الحذر حيث أن الاحتمالات المسبقة ومقادير المنافع في العموم تقريبية. ذلك لأن تغيير طفيف في هذه القيم قد يؤدي لتغيير القرار الأمثل في بعض الأحيان. وكمثال لذلك يتغير القرار الأمثل في المثال أعلاه من المسلسل البوليسي للمسلسل الكوميدي إذا تغير احتمال نجاح المسلسل الكوميدي من 0.4 إلى 0.5.