نظرية المنفعة

د. مصطفى بابكر

نظرية المنفعة ومعيار المنفعة المتوقعة في اتخاذ القرار

- في كثير من الحالات نلاحظ سلوك متخذي القرار تحت ظروف اللايقين لا يطابق معيار القيمة النقدية المتوقعة. مثلاً تجد أن معظم مالكي العقارات والسيارات يشترون التأمين لممتلكاتهم بالرغم من ملاحظتنا أن جملة ما يدفعونه لشركات التأمين يفوق ما تدفعه الشركات لهم من تعويضات حيث أن معظم شركات التأمين تحقق أرباح. تبعا لمعيار القيمة النقدية المتوقعة يجب ألا يشتري هؤلاء الملاك أي مقدار من التأمين حيث القيمة النقدية المتوقعة أقل من صفر. ومن هنا يكون السؤال لماذا يدفع هؤلاء أكثر مما يحصلون عليه من شركات التأمين؟ أحد هذه الأسباب هو أن هؤلاء لا يتبعون تعظيم القيمة النقدية المتوقعة في قراراتهم ولكن يتبعون تعظيم المنفعة المتوقعة.

- تعرف المنفعة (Utility) على أنها مقدار السعادة أو الاستكفاء الذي يحققه الشخص من امتلاك أو استخدام الأشياء ويختلف مقدار المنفعة من شخص لآخر أي أنها فكرة المنفعة فكرة ذاتية في الأساس، مثلاً قد تحقق قطعة الخبز منفعة كبيرةٍ للفقير الجائع بينما قد لا تحقق أي منفعة للغني الشبعان. إضافة لذلك فإن المنفعة التي تحققها قطعة إضافية من الخبز تكون أقل من الأولى سواء كان المستهلك غني أو فقير ويعرف هذا بقانون المنفعة الحدية المتناقصة (Diminishing Marginal Utility) في علم الاقتصاد.
- تبعاً لمعيار المنفعة المتوقعة تختار الفعل الذي يعظم المنفعة المتوقعة وتحسب المنفعة ليس بمقدار النقود ولكن بمقدار ما تحققه هذه النقود من منفعة للشخص المعين.

- يفترض أن يستوفي مقياس المنفعة (Utility Index) للشخص الرشيد الآتي:

أ. هنالك ترتيب تام للخيارات المتاحة حسب المنفعة. أي أن لأي خيارين A، B يجب أن يحدد متخذ القرار هل يفضل A على B، أو B على A ، أو أنهما سيان.

ب. يجب أن تكون درجة التفضيل بين الخيارات متعدية. أي إن كنت تفضل A على B وتفضل B على C، يجب أن تفضل A على C.

ج. إذا تساوى الخيارين A و B في المنفعة ولكن احتمال حدوث A أكبر من احتمال حدوث B يجب أن يفضل الفعل A على الفعل B.

د. إذا كان الفعل A يفضل على الفعل B والفعل B يفضل على الفعل C فهنالك قيمة لاحتمال حدوث A هي P حيث أن المنفعة من حدوث A باحتمال P وحدوث C باحتمال $(1-P)$ تساوي المنفعة من حدوث B على اليقين.

- لتحويل جداول المنافع النقدية إلى منافع حقيقية نحتاج لمعرفة دالة المنفعة (Utility Function) لمتخذ القرار. لعمل مقياس لدالة المنفعة نتبع الخطوات التالية:

أ. اجعل L ترمز لأقل منفعة نقدية في جدول المنافع و H لأعلى قيمة نقدية في الجدول. أعطي المنفعة الحقيقية من L الرقم ٥ والمنفعة الحقيقية من H الرقم ١٠٠. أي أن $U(L)=0$ و $U(H)=100$ حيث $U(X)$ تعني المنفعة الحقيقية من المنفعة النقدية X.

ب. اجعل π تكون المنفعة النقدية بين L و H . حدد الاحتمال P بحيث تكون المنفعة لمتخذ القرار من الحصول على π ، على اليقين مساويا للمنفعة من حدوث H باحتمال P وحدوث L باحتمال $(1-P)$.

ج. عرف المنفعة الحقيقية من الحصول على π على أنها تساوي $100P$ أي $U(\pi)=100P$. والغرضِ من ذلك هو جعل المنفعة من الحصول على πعلى وجه اليقين مساويا للمنفعة المتوقعة من المقامرة (Gamble) بين L و H . أي:

$$100P+0(1-P)=100P$$

مثال 1:

افترض أن لمتخذ القرار جدول المنافع النقدية التالي:

		State of Nature (حالة الطبيعة)	
Action (الفعل)		s_1	s_2
	a_1	-400	800
	a_2	400	200

باتباع الخطوات (أ)، (ب)، (ج) اعمل مقياساً للمنفعة لمتخذ القرار:

أ. من جدول المنافع $L=-400$ و $H=800$، $U(-400)=0$ و $U(800)=100$.

ب. لإيجاد المنفعة من 200: يسأل متخذ القرار أن يختار بين الحصول على المقدار النقدي 200$ أو المقامرة لسحب كرت من جملة 100 كرت منها كرت واحد أحمر و 99 كرت أسود حيث سيحصل على 800$ إذا كان الكرت المسحوب أحمر أو يخسر 400$ إذا كان الكرت أسود. فإذا اختار أن يحصل على 200$ على وجه اليقين يعاد السؤال بزيادة عدد الكروت الحمراء إلى 2 من جملة المائة كرت وهكذا إلى أن يختار متخذ القرار بقبول المقامرة. افترض أن ذلك حدث عندما كان هنالك 65 كرت أحمر من جملة المائة كرت. هذا يعني أن الاحتمال الذي يترك متخذ القرار عند نقطة السواء بين قبول الـ 200$ على وجه اليقين وقبول المقامرة هو $P = 0.65$. عليه تحسب المنفعة من الحصول على المقدار النقدي 200 هي:

$$U(200) = 0.65 \times U(800) + 0.35 \times U(-400)$$

$$= 0.65 \times 100 + 0.35 \times 0 = 65$$

الخطوة التالية هي إعادة نفس العملية مع $\pi_{21} = 400$ ولنفترض أن نقطة السواء كانت عند الاحتمال $P = 0.85$ ، أي:

$$U(400) = 0.85 \times U(800) + 0.15 \times U(-400)$$

$$= 0.85 \times 100 + 0.15 \times 0 = 85$$

عليه يمكن عمل جدول للمنفعة الحقيقية للمثال بتعويض قيم $U(-400)$، $U(200)$ ، $U(400)$ و $U(800)$.

		State of Nature (حالة الطبيعة)	
Action (الفعل)		s_1	s_2
	a_1	0	100
	a_2	85	65

كذلك يمكن تمثيل المنفعة بيانياً في شكل منحنى حيث المحور السيني يمثل قيم X (أو π_{ij}) والمحور الصادي يمثل مقدار المنفعة أي $U(X)$.

- ويعتبر شكل منحنى المنفعة مهماً في تحديد إحساس متخذ القرار تجاه المخاطرة (Risk). في حالة سريان قانون المنفعة الحدية المتناقصة يكون محدب إلى أعلى حيث تزيد المنفعة بزيادة X ولكن بدرجات متناقصة. وفي هذه الحالة يوصف متخذ القرار بأنه يكره المخاطرة (Risk Averse) وعليه فإنه يقبل منفعة نقدية أقل على وجه اليقين بدلاً أن يدخل في مقامرة حتى وإن كانت القيمة النقدية المتوقعة من المقامرة تفوق المنفعة النقدية التي تحصل عليها. وتعتبر كراهية المخاطرة العامل الأساسي في اختيار الناس لشراء التأمين.

- عندما يعتبر متخذ القرار المنفعة من الحصول على مبلغ معين من النقود على وجه اليقين مساوية للمنفعة من مقامرة لها قيمة نقدية متوقعة مساوية للمبلغ المعين من النقود، يصف متخذ القرار بأنه غير آبه بالمخاطرة (Risk Neutral) . وفي هذه الحالة يكون منحنى المنفعة خط مستقيم. ولمثل هؤلاء الأشخاص لا يسري قانون المنفعة الحدية المتناقصة حيث المنفعة الحدية بالنسبة لهم ثابتة لا تتغير بزيادة X . وعليه فإن مثل هؤلاء الأشخاص لا يشترون تأمين لأن القيمة النقدية المتوقعة من التأمين أقل من صفر. والملاحظ أنه عند صغر مبلغ المال المتداول فيه يظهر معظم الناس عدم اكتراث للمخاطرة ولكن بزيادة المال عن حد معين نجدهم يهابون المخاطرة ويفضلون دفع أقساط التأمين.

- النوع الثالث هم محبي المخاطرة (Risk Seekers) ولهؤلاء تكون المنفعة من مبلغ نقدي معين على وجه التحديد أقل من المنفعة الناتجة من مقامرة يكون القيمة النقدية المتوقعة فيها مساوية للمبلغ النقدي المعين. ويتصف منحنى المنفعة لهذا النوع بالتحدب إلى أسفل أي أن المنفعة الكلية تزيد بازدياد X ولكن بدرجات متزايدة وعليه فإن المنفعة الحدية تكون متزايدة (Increasing Marginal Utility) .

- قد يتصف نفس الشخص بحساسية حب المخاطرة، عدم الاكتراث للمخاطرةٍ وكراهية المخاطرة على مستويات مختلفة من الدخول حيث يكون محبا للمخاطرة في المستويات النقدية الدنيا وغير آبه بالمخاطرة في المستويات المتوسطة، وكارها للمخاطرة في المستويات النقدية العالية.

معيار المنفعة المتوقعة في اتخاذ القرار

د. مصطفى بابكر

معيار المنفعة المتوقعة
(Expected Utility Criterion)

- تبعاً لهذا المعيار يختار متخذ القرار الفعل الذي يعظم المنفعة المتوقعة.
- لإجراء المعيار يجب أولاً أن نحدد المنفعة المرتبطة بالمبالغ النقدية المتحصل عليها وذلك بافتراض أن لمتخذ القرار منحنى منفعة معين أو إنشاء منحنى لمتخذ القرار باتباع طريقة قياس المنفعة سالفة الذكر. يلي ذلك تحديد الاحتمالات المسبقة المرتبطة بجدول المنافع ومن ثم حساب القيمة المتوقعة لكل فعل بالقانون:

$$E\left(U(a_i)\right)=\sum_{j=1}^{k} P_j U_{ij}$$

حيث U_{ij} هي قيمة المنفعة الحقيقية المقابلة للمنفعة النقدية π_{ij} .

مثال 2:

في المثال 1 افترض أن حالة الطبيعة s_1 تحدث باحتمال 0.3 وحالة الطبيعة s_2 تحدث باحتمال 0.7. أوجد الفعل الأمثل بناءً على معيار المنفعة المتوقعة.

الحل:

بتطبيق قانون المنفعة المتوقعة:

$$E\left(U(a_1)\right)=0.3(0)+0.7(100)=70$$

$$E\left(U(a_2)\right)=0.3(69)+0.7(85)=79$$

إذن فالفعل a_2 هو الأمثل.

- بالمقارنة إذا طبقنا معيار القيمة النقدية المتوقعة نجد:

$$EMV(a_1) = 0.3(-400) + 0.7(800) = 440$$

$$EMV(a_2) = 0.3(400 + 0.7(200) = 260$$

أي أن الفعل الأمثل هو a_2 وهذا بدوره يدل بوضوح على الاختلاف بين المنفعة المتوقعة والقيمة النقدية المتوقعة عند اتخاذ القرار في ظل اللايقين.