قياس وتقدير العلاقات الاقتصادية

المفهـــــوم

- الاقتصاد القياسي هو علم إستخدام الوسائل الإحصائية والرياضية لقياس العلاقات بين المتغيرات الاقتصادية (جمع بين النظرية والقياس) .

الأهـــــداف

- تحليل هياكل العلاقات الاقتصادية.
- التنبؤ.
- تقييم السياسات الاقتصادية.

نموذج الانحدار الخطي

دراسة العلاقة بين متغيرين على هيئة علاقة دالية .

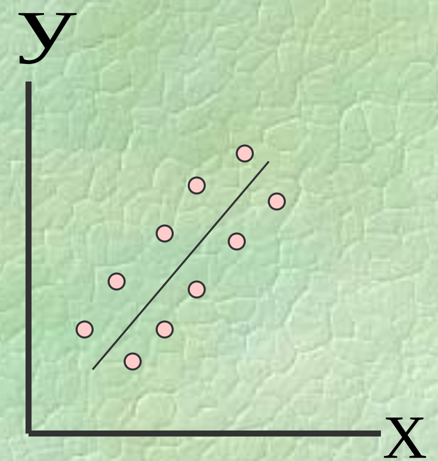
نماذج الاقتصاد القياسي

$$Y = F(X_1, X_2, \dots, X_K)$$

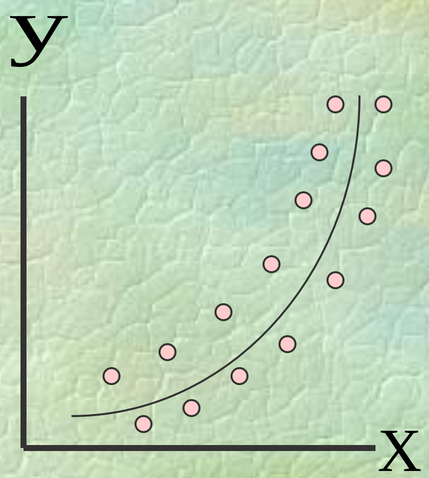
Y : متغير تابع

X_i : متغيرات مستقلة

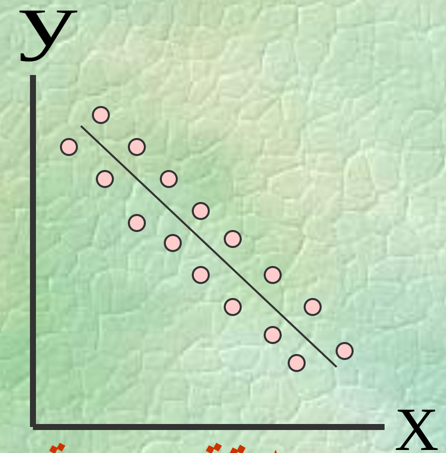
أشكال الدالة الوظيفية



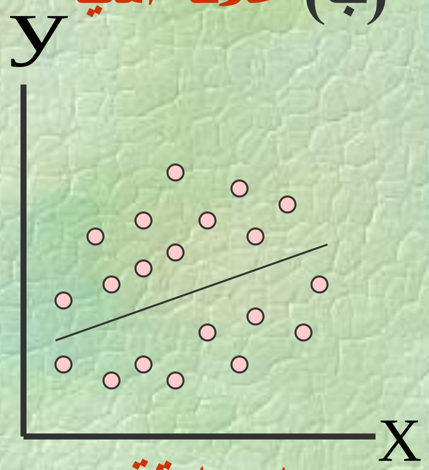
(أ) علاقة طردية



(ب) علاقة أسية



(ج) علاقة عكسية



(د) لا علاقة

نموذج الانحدار الخطي : العلاقات الحتمية

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + ... + \beta_K X_K$$

لكل قيمة أو قيم محددة للمتغير/المتغيرات المستقلة يقابلها قيمة واحدة للمتغير التابع .

نموذج الانحدار الخطي : علاقة عشوائية

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_K X_K + \varepsilon$$

لكل قيمة أو قيم محددة للمتغيرات المستقلة يمكن أن يقابلها أكثر من قيمة للمتغير التابع .

مثال : نموذج الانحدار الخطي وافتراضاته

هناك خمس فرضيات تتضمنها نماذج الانحدار الخطي وهي :

1. الخطية :

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i \quad ; \quad i = 1,\dots,n$$

2. انعدام القيمة المتوقعة للخطأ:

$$E(\varepsilon_i) = O \quad ; \quad i = 1,\dots,n$$

3. التجانس :

$$Var(\varepsilon_i) = \sigma^2,$$ ثابت $$i=1,\ldots,n$$

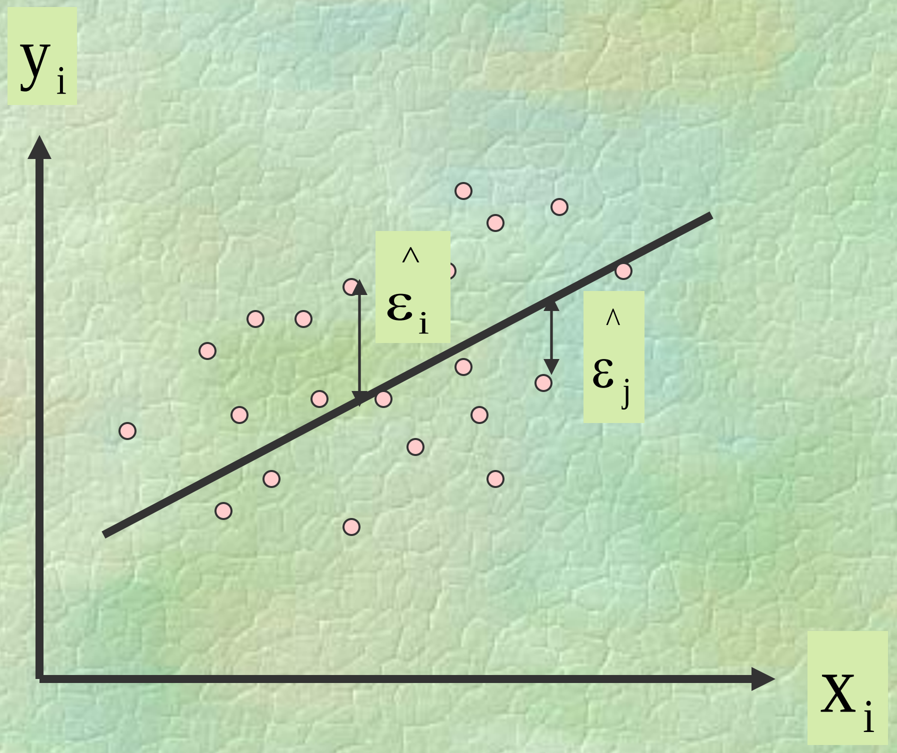
4. عدم الارتباط (ارتباط ذاتي) :

$$Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = O \quad , \quad i \neq j$$

5. عدم الارتباط بين المتغيرات المستقلة والخطأ :

$$Cov(X_i, \varepsilon_j) = O \quad , \quad \forall i, j$$

طريقة المربعات الصغرى في القياس



طريقة المربعات الصغرى

$$\hat{\varepsilon}_i = Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} X_i$$

$$\hat{\varepsilon}_i^2 = \left[Y_i - \left(\hat{\alpha} + \hat{\beta} X_i \right) \right]^2 \quad ; \quad i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^{n} \hat{\varepsilon}_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left[Y_i - \left(\hat{\alpha} + \hat{\beta} X_i \right) \right]^2$$

تابع - طريقة المربعات الصغرى

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n} \hat{\varepsilon}_i^2}{\partial \hat{\alpha}} = 0$$

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{n} \hat{\varepsilon}_i^2}{\partial \hat{\beta}} = 0$$

مقدرات النموذج البسيط

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

$$\hat{\sigma}^2_{\hat{\beta}_1} = \frac{\hat{\sigma}^2_{\varepsilon}}{\Sigma\left(x_i - \bar{x}\right)^2}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

$$Cov(\hat{\beta}_0\,\hat{\beta}_1) = \frac{\bar{x}\sigma^2_{\varepsilon}}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\sigma}^2_{\varepsilon} = \frac{\sum \hat{\varepsilon}^2_i}{n-2}$$

$$\hat{\sigma}^2_{\hat{\beta}_0} = \hat{\sigma}^2_{\varepsilon}\left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}\right]$$

نموذج الانحدار المتعدد

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_K x_{Ki} + \varepsilon_i$$ **i=1,…,n**

باستخدام طريقة المصفوفات : $y = x\beta + \varepsilon$

عدد الميولات (Slopes) :K

عدد البرامترات الكلي : (K+1)

نموذج الانحدار المتعدد

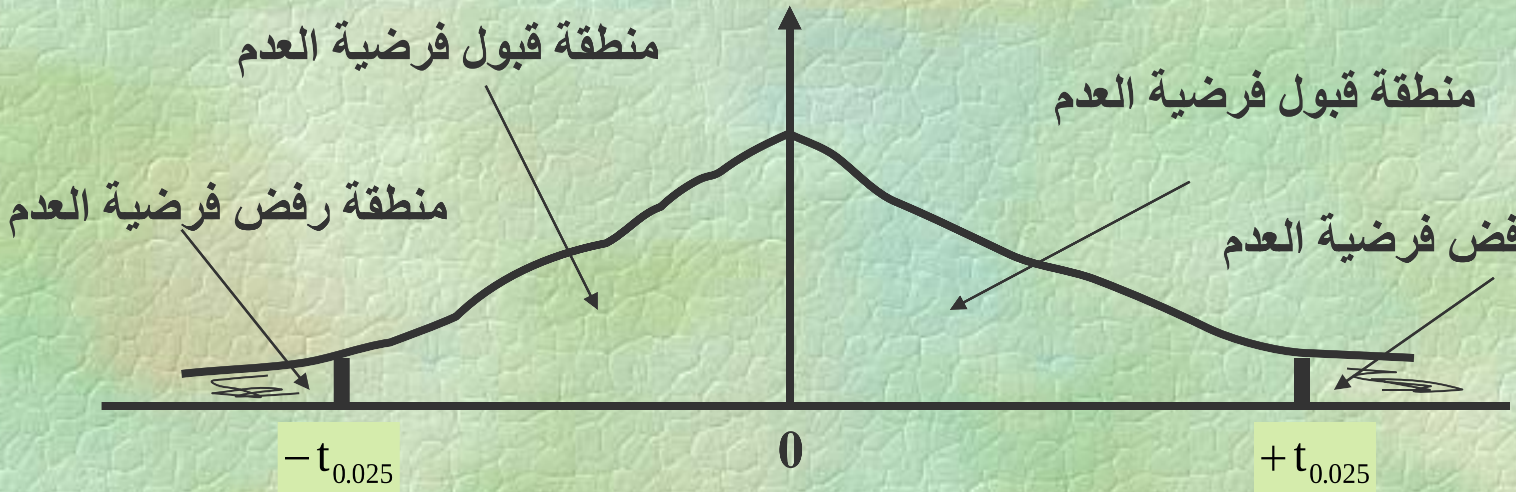
$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ . \\ . \\ . \\ \hat{\beta}_K \end{pmatrix} = \left(x'x\right)^{-1} x'y$$

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2} = \frac{\sum \hat{\varepsilon}_i^2}{n-(k+1)} = \frac{\varepsilon'\varepsilon}{n-(k+1)}$$

$$\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}^{2} = \hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}\left(X'X\right)^{-1}$$

$$\hat{\beta} = \underset{\beta}{\mathrm{Min}}\, \varepsilon'\varepsilon = \underset{\beta}{\mathrm{Min}} \sum_i (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{2i} - \ldots, - \beta_k x_{ki})^2$$

معايير جودة التقدير: إحصائية t



معايير جودة التقدير : معامل التحديد

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2=\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\bar{y})^2+\sum_{i=1}^{n}\hat{\varepsilon}_i^2$$

SST = SSR + SSE

$$R^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{y}_i-\bar{y}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\bar{y}\right)^2}=1-\frac{\sum_{i=1}^{n}\hat{\varepsilon}_i^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\bar{y}\right)^2}$$

معامل التحديد المعدل

$$\bar{R}^2=1-\frac{n-1}{n-(K+1)}(1-R^2)$$

قدرة النموذج على تفسير أكبر قدر ممكن من التقلبات في المتغير التابع

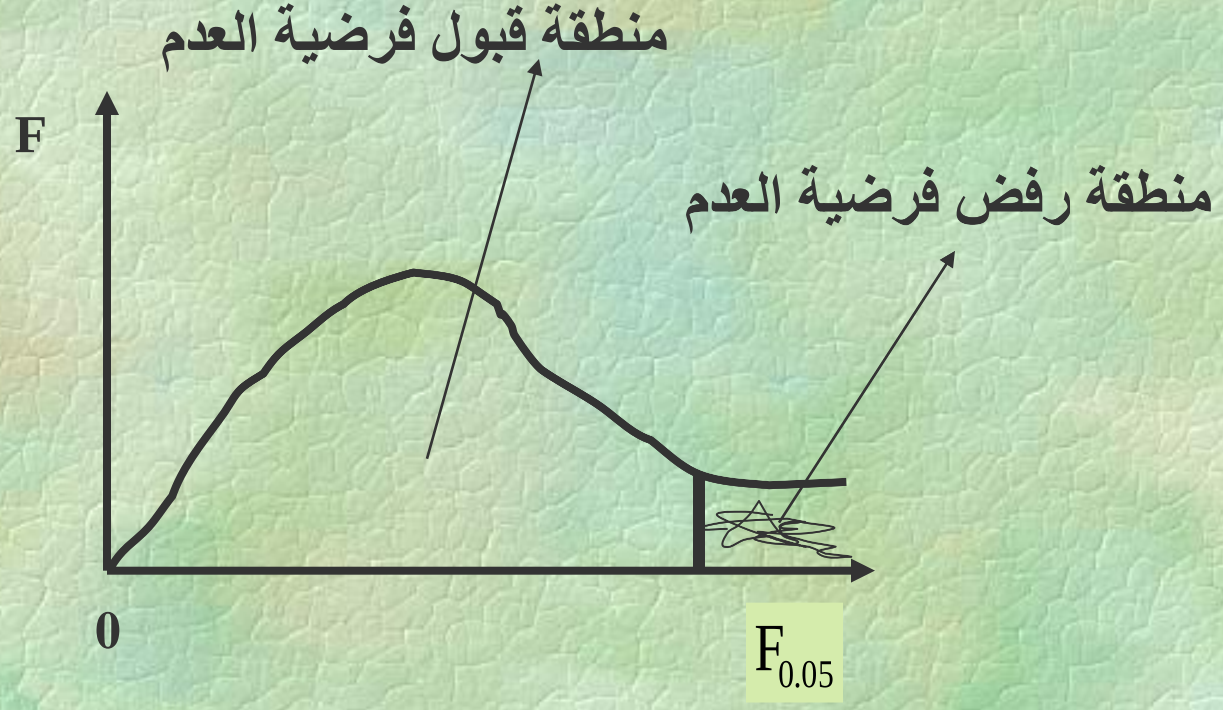
معايير جودة التقدير : إحصائية F

لإختبار فرضية العدم

$$H_o : \beta_1 = \cdots = \beta_K = 0$$

$$F = \frac{SSR/K}{SSE/N-(K+1)} = \frac{R^2/K}{(1-R^2)/N-(K+1)}$$

قاعدة أخذ القرار في اختبار F



التنبؤ باستخدام معادلة الانحدار الخطي

مثال : الانحدار الخطى البسيط

x_o ← قيمة إفتراضـــــية

$$y_o = \hat{\beta} + \hat{\beta}_1 x_0$$

فترة ثقة للتنبؤ 95%

$$y_0 \in \left[\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0 \pm t_{0.025} \hat{\sigma}_\varepsilon \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(x_0 - \bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} \right)} \right]$$

صياغة افتراضات نموذج الانحدار الخطي بطريقة المصفوفات

طريقة المصفوفات **Matrix Notation**	طريقة غير متجه **Scalar Notation**
.1 $E(\varepsilon) = 0$ ε: متجه أبعاده (nx1) 0 : متجه العدم وأبعاده (nx1)	.1 $E(\varepsilon) = 0$ I=1,…,n
.2 $E(\epsilon\epsilon') = \sigma^2 I$ I: مصفوفة الوحدة وأبعادها (nxn)	.2 $E(\epsilon_i \epsilon_j) = 0 \quad i \neq j$ $= \sigma^2 \quad i = j$
3. المصفوفة X غير عشوائية أي تحتوي على أرقام ثابتة (3.15)	3. متغيرات غير عشوائية أو ثابتة $X_1, X_2, ..., X_k$
4. رتبة المصفوفة X تساوي (k+1) (أي تساوي عدد أعمدة هذه المصفوفة) و (k+1) أصغر من n (عدد المشاهدات)	4. ليس هناك علاقة خطية بين المتغيرات المستقلة، أي ليس هناك مشكل امتداد خطي Multicollinearity

صياغة افتراضات نموذج الانحدار الخطي بطريقة المصفوفات

$$E\begin{bmatrix} \in_1 \\ \in_2 \\ . \\ . \\ . \\ \in_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(\in_1) \\ E(\in_2) \\ . \\ . \\ . \\ E(\in_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ 0 \end{bmatrix}$$

صياغة افتراضات نموذج الانحدار الخطي بطريقة المصفوفات

$$E(\in\in') = E\left[\begin{pmatrix} \in_1 \\ \in_2 \\ . \\ . \\ . \\ \in_n \end{pmatrix} (\in_1, \in_2, ..., \in_n)\right] = E\begin{bmatrix} \in_1^2 & \in_1\in_2 & \cdots & \in_1\in_n \\ \in_{21} & \in_2^2 & \cdots & \in_2\in_{1n} \\ & & . & \\ & & . & \\ & & . & \\ \in_n\in_1 & \in_n\in_2 & \cdots & \in_n^2 \end{bmatrix}$$

صياغة افتراضات نموذج الانحدار الخطي بطريقة المصفوفات

$$
= \begin{bmatrix} E(\in_1^2) & E(\in_1 \in_2) & \cdots & E(\in_1 \in_n) \\ E(\in_{21}) & E(\in_2^2) & \cdots & E(\in_1 \in_n) \\ . & . & & \\ . & . & . & \\ . & . & . & \\ E(\in_1 \in_n) & E(\in_n \in_2) & \cdots & E(\in_n^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0..0 \\ 0 & \sigma^2 \cdots \\ & . \\ & . \\ & . \\ 000 & \cdots \ \sigma^2 \end{bmatrix}
$$

$$
= \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & & \cdots & 1 \end{bmatrix} = \sigma^2 I
$$

مثال تطبيقي

جمعت البيانات التالية لمعرفة محددات الاستثمار الحقيقي (Y) في بلد ما.

T : الزمـــن

G : مستوى الإنتاج الحقيقي

R : سعر الفائدة

P : معدل التضخم

$$Y = \beta_0 + \beta_1 T + \beta_2 G + \beta_3 R + \beta_4 P + \in$$

ملف : mult.wf1

مثال تطبيقي

$$
Y = \begin{array}{c} (Y) \\ \begin{bmatrix} 0.161 \\ 0.172 \\ 0.158 \\ 0.173 \\ 0.195 \\ 0.217 \\ 0.199 \\ 0.163 \\ 0.195 \\ 0.231 \\ 0.257 \\ 0.259 \\ 0.225 \\ 0.241 \\ 0.204 \end{bmatrix} \end{array}
\qquad
X = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} (I) & (T) & (G) & (R) & (P) \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1.058 & 5.16 & 4.45 \\ 1 & 2 & 1.088 & 5.87 & 5.15 \\ 1 & 3 & 1.086 & 5.95 & 5.37 \\ 1 & 4 & 1.122 & 4.88 & 4.99 \\ 1 & 5 & 1.186 & 4.50 & 4.16 \\ 1 & 6 & 1.254 & 6.44 & 5.75 \\ 1 & 7 & 1.246 & 7.83 & 8.82 \\ 1 & 8 & 1.232 & 6.25 & 9.31 \\ 1 & 9 & 1.298 & 5.50 & 5.21 \\ 1 & 10 & 1.370 & 5.46 & 5.83 \\ 1 & 11 & 1.439 & 7.46 & 7.40 \\ 1 & 12 & 1.479 & 10.28 & 8.64 \\ 1 & 13 & 1.474 & 11.77 & 9.31 \\ 1 & 14 & 1.503 & 13.42 & 9.44 \\ 1 & 15 & 1.475 & 11.02 & 5.99 \end{bmatrix} \end{array}
$$

مثال تطبيقي

$$X'X = \begin{bmatrix} 15.00 & 120.00 & 19.310 & 111.79 & 99.770 \\ 120.000 & 1240.0 & 164.30 & 1035.9 & 875.60 \\ 19.310 & 164.30 & 52.218 & 148.98 & 131.22 \\ 111.79 & 1035.9 & 148.98 & 943.86 & 799.02 \\ 99.770 & 875.60 & 131.22 & 799.02 & 716.67 \end{bmatrix} \quad ; X'Y = \begin{bmatrix} 3.0500 \\ 26.004 \\ 3.9926 \\ 23.521 \\ 20.732 \end{bmatrix}$$

مثال تطبيقي

وعليه فإن :

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \\ \hat{\beta}_4 \end{pmatrix} = (X'X)^{-1}\ X'Y = \begin{bmatrix} 67.41 & 2.270 & -66.77 & 0.1242 & -0.0711 \\ 2.270 & 0.08624 & -2.257 & -0.0064 & -0.0009 \\ -66.77 & -2.257 & 67.09 & -0.1614 & -0.0506 \\ 0.1242 & -0.0064 & -0.1614 & 0.03295 & -0.01665 \\ -.0711 & -0.0009 & -0.0506 & -0.01665 & 0.04028 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.050 \\ 26.004 \\ 3.993 \\ 23.521 \\ 20.732 \end{bmatrix}$$

جدول تحليل التباين
Table of Variance

Source	Degrees of Freedom	Mean Square	F, R^2
Regression (SSR)	K	SSR / K	$F = \frac{SSR/K}{SSR/N-(K+1)}$
Residual (SSE)	N-(K+1)	$S^2 = SSR/N-(K+1)$	$R^2 = \frac{ESS}{Tss}$
Total (SST)	N-1	$S_Y = \frac{SS_Y}{N-1}$	$R^2 = \frac{SSR}{SST}$

Analysis of Variance

Source	Degrees of Freedom	Mean Square	F, R^2
Regression 0.0159023	4	0.003976	F = 88.211 $R^2 = \frac{Ess}{Tss}$
Residual 0.0004507	10	0.0004507	
Total 0.016353	14	0.0011681	$R^2 = 0.97244$

سقوط بعض فرضيات نماذج الانحدار الخطي

- الفرضيات

(1) $E(\varepsilon) = o$; (2) $E(\in_i \in_j) = o, \quad i \neq j$

$i=1,\ldots,n$; $= \sigma^2, \quad i = j$

(3) متغيرات غير عشوائية أو ثابتة

$X_1, X_2, \ldots, X_K$

(4) ليس هناك علاقة خطية بين المتغيرات المستقلة، أي ليس هناك مشكل امتداد خطي Multicollinearity

حالة سقوط فرضيات عدم كروية الأخطاء

- كروية الأخطاء تتمثل في تساوي تباينات الأخطاء وعدم ارتباطها ببعضها البعض

$$E\left(\varepsilon\varepsilon'\right)=\sigma^2\Omega$$

- هناك حالتين تقليديتين تدخل تحت هذا البند
  - عدم التجانس
  - الارتباط الذاتي

مصفوفة التغاير : عدم التجانس

$$\sigma^2 \Omega = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots 0 & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

مصفوفة التغاير: حالة الارتباط الذاتي

$$\sigma^2\Omega = \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{n-1} \\ \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_{n-2} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \rho_{n-1} & \rho_{n-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

حالة الارتباط الذاتي

- التعريف: وجود ارتباط بين القيم المتتالية للبواقي العشوائية
- مثال: ارتباط ذاتي من المرتبة الأولى

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t$$

حيث أن:

ρ : برامتر تكون قيمته المطلقة أقل من واحد

u_t : أخطاء عشوائية غير مترابطة

أسباب وجود ارتباط ذاتي

- وجود ديناميكية خاصة داخل السلسلة تجعل قيمها المتتالية مترابطة (حجم الإنفاق الحكومي لسنوات متتالية. . .) .

- وجود سوء توصيف في النموذج نتيجة لعدم إدراج متغيرات مفسرة هامة أو نتيجة لسوء توصيف الصيغة الرياضية التي تربط المتغير التابع والتغيرات المفسرة.

نتائج وجود ارتباط ذاتي

- مقدرات المربعات الصغرى تفقد من كفاءتها وبالتالي تكون اختبارات معنوية البرامترات غير دقيقة. أما في حالة احتواء المتغيرات المستقلة على قيم متأخرة للمتغير التابع فإن طريقة المربعات الصغرى ستقود إلى تقديرات متحيزة وغير متسقة.

طرق الكشف عن الارتباط الذاتي

- اختبار دربن وتسن (DW)

$$d = \frac{\sum_{t-1}^{T}\left(\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1}\right)^2}{\sum_{t=1}^{T}\hat{\varepsilon}_t^2}$$

حيث أن $\hat{\varepsilon}_t$ هي بواقي المربعات الصغرى المقدرة مع إدراج برامتر ثابت:

$$0 < d < 4$$

ارتباط موجب : $d < 2$

ارتباط سالب : $d > 2$

ليس هناك ارتباط $d \approx 2$

اختبار DW

- بما أن البواقي المقدرة ترتبط بمصفوفة البيانات X $\left(\hat{\varepsilon} = \left[I - X(X'X)^{-1}X'\right]\varepsilon\right)$

فإن إحصائية d تتوقف على هذه المصفوفة وبالتالي يصاغ الاختيار في إطار فترات بحيث:

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t$$

الاختبار:

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho > 0$$

اختبار DW

- رفض H_0 إذا كانت $d < d_L^*$
- عدم رفض H_0 إذا كانت $d > d_u^*$
- اختبار غير قاطع $d_L^* < d < d_u^*$

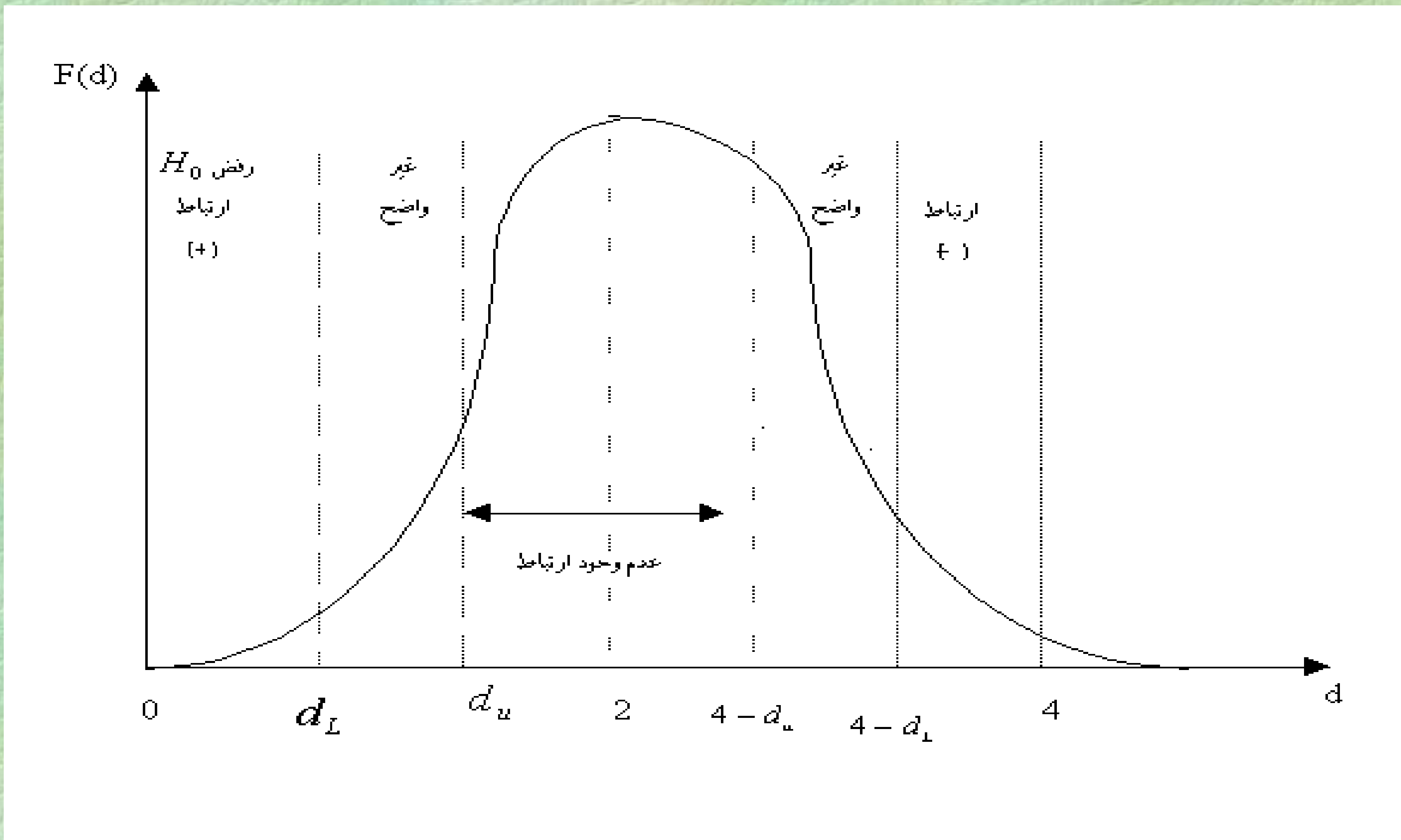
اختبار DW

- حيث أن d_L^* و d_u^* هي القيم السفلية والعلوية التي تستقى من جدول خاص باختبار DW والتي تعتمد قيمه الجدولية على حجم العينة (طول السلسلة) وعدد المتغيرات المفسرة.

- إذا كانت الفرضية البديل هي:

$$H_1 : \rho_1 < 0$$

فيعتمد القرار بناء على 4-d


F(d)
رفض H_0
ارتباط
(+)
غير
واضح
عدم وجود ارتباط
غير
واضح
ارتباط
(-)
0
d_L
d_u
2
$4-d_u$
$4-d_L$
4
d

إشكاليات اختبار DW

- هناك مواقع يكون فيها الاختيار غير قاطع.
- صالح خاصة في حالة الارتباط من المرتبة الأولى.
- دقيق إذا كانت المتغيرات غير عشوائية.

اختبار Breusch-Godfrey

- الفرضية العدم H_0 : عدم وجود ارتباط
- الفرضية البديل H_1 : $\varepsilon_t = AR(q)$

$$\varepsilon_t = \rho_0 + \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \ldots + \rho_q \varepsilon_{t-q}$$

الطريقة

1. الحصول على البواقي المقدرة $\hat{\varepsilon}_t$
2. تقدير العلاقة بين $\hat{\varepsilon}_t$ والمتغيرات المفسرة مع إدراج برامتر ثابت والقيم المتأخرة $\hat{\varepsilon}_{t-1},\ldots,\hat{\varepsilon}_{t-q}$ والحصول على معامل التحديد R^2 لهذه العلاقة.
3. الاختبار مبني على الاحصائية التالية:

$TR^2 \sim \chi^2(q)$ إذا كانت H_0 صحيحة

حيث T هي حجم العينة.

طرق التعامل مع حالة الارتباط الذاتي

افرض النموذج التالي:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t$$

تقدير العلاقة بعد الحصول على تقدير للبرامتر ρ

$$(y_t - \rho y_{t-1}) = \beta_0(1-\rho) + \beta_1(X_t - \rho X_{t-1}) + u_t$$

- تسمى هذه الطريقة Cochrane-Orcutt . يمكن استخدام عدة مقدرات للبرامتر ρ :

$$\hat{\rho}_1 = \frac{\sum_{t=2}^{T} \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_{t-1}}{\sum_{t=1}^{T} \hat{\varepsilon}_t^2}$$

$$\hat{\rho}_2 \simeq 1 - \frac{d}{2}$$

حيث أن d هي احصائية DW .

- كما يمكن تقدير العلاقة السابقة باستخدام طريقة Hildreth-Lu بعد تحديث عدة مقدرات لمعامل الارتباط واختيار أفضل علاقة باستخدام معيار معامل التحديد .

خاصية استقرار السلاسل الزمنية

- **الأهمية:**

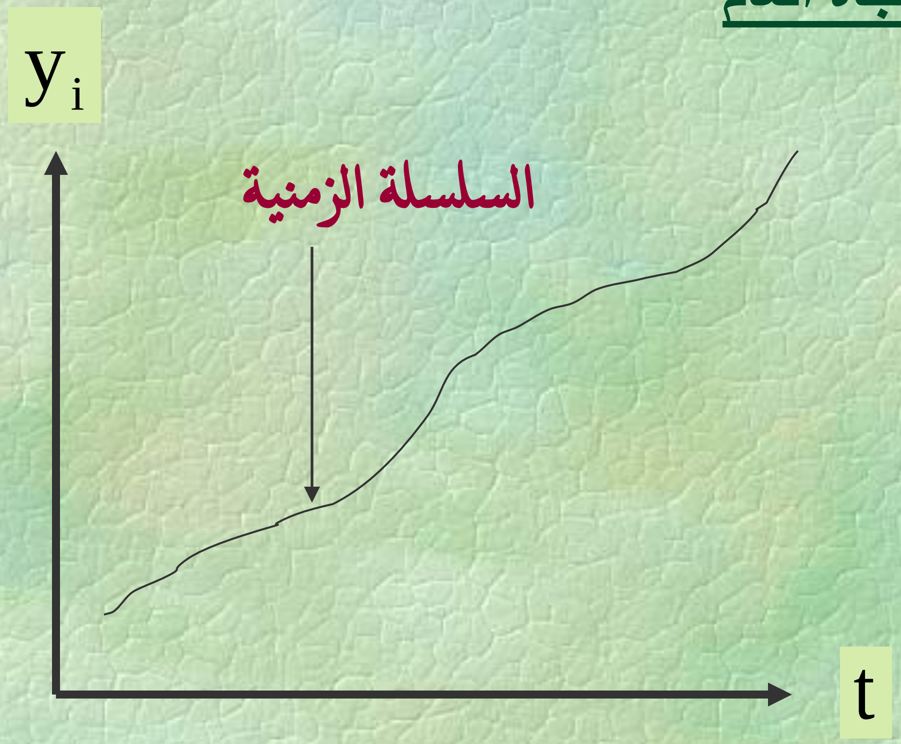
- السلاسل غير المستقرة يمكن أن تقود إلى ارتباط زائف بين المتغيرات .

- السلاسل غير المستقرة تحتاج إلى طرق تقدير واختبارات فروض وتنبؤ مختلفة .

السلاسل غير المستقرة

السلاسل غير المستقرة

1. **وجود إتجاه العام**



السلاسل غير المستقرة

2. عدم إستقرار التباين

السلاسل غير المستقرة

3. وجود تقلبات موسمية

خاصية الاستقرار

تعريف السلاسل المستقرة

يقال أن السلسلة مستقرة اذا توفرت فيها الشروط التالية :

القيمة المتوقعة ثابتة

$$\mu = E(y_t); t = 1,..,T$$

التباين ثابت

$$\sigma^2 = VAR(y_t); t = 1,..,T$$

التغاير ثابت

$$\rho_s = \frac{COV(y_t, y_{t+s})}{\sigma^2}; s > 0$$

أو

$$COV(y_t, y_{t+s}) = \gamma_s^*$$

$$\gamma_s = COV(y_t, y_{t-s}) = COV(y_t, y_{t+s})$$

طرق تثبيت السلاسل غير المستقرة

1. **تثبيت التباين**
   - اللوغاريتم
   - الجذر التربيعي
2. **التخلص من الاتجاه العام**
   - توفيق العلاقة $y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t$

- والحصول على البواقي المقدرة $\hat{\varepsilon}_t$ التي تعبر عن القيم منزوعة الاتجاه العام. ويمكن القيام بهذه العملية في حالة الاتجاهات العامة الخطية وغير الخطية.

طريقة التفاضل

$$W_t = \Delta y_t = y_t - y_{t-1}$$

$$\varepsilon_t = \Delta W_t = \Delta^2 y_t = \left(y_t - y_{t-1}\right) - \left(y_{t-1} - y_{t-2}\right)$$

$$= y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}$$

بالنسبة للنماذج الموسمية يمكن تطبيق طريقة التفاضل الموسمي.

$$W_t = y_t - y_{t-4}$$

أو

$$W_t = y_t - y_{t-12}$$

اختبارات الاستقرار: احصائية ديكاي وفولر

نوعين من السلاسل غير المستقرة

- السلاسل ذات اتجاه حتمي (TS)

$$y_t = a + bt + u_t$$

- السلاسل ذات اتجاه عشوائي (DS)

$$y_t = b + y_{t-1} + u_t$$

- بدلالة مشغل الفروق

$$\Delta y_t = b + u_t$$

- إذا احتجنا للاستخدام مشغل الفروق مرة واحدة للحصول على سلسلة مستقرة فيقال أن السلسلة من النوع $I(1)$. وتكون من النوع $I(2)$ إذا احتجنا استخدام مشغل الفروق مرتين وهكذا دواليك.

اختبار الجذر الوحدي

يعتمد هذا الاختبار على ثلاثة أنواع من النماذج:

- نموذج الانحدار الذاتي: $\Delta y_t = (\Phi_1 - 1) y_{t-1} + u_t$
- نموذج انحدار ذاتي مع متقاطع: $\Delta y_t = a + (\Phi_1 - 1) y_{t-1} + u_t$
- نموذج انحدار ذاتي مع متقاطع واتجاه عام: $\Delta y_t = a + bt + (\Phi_1 - 1) y_{t-1} + u_t$

تابع –اختبار الجذر الوحدي

ويمكن تلخيص هذا الاختبار كالتالي:

وجود جذر وحدوي أي أن : السلسلة غير مستقرة $H_o : \phi_1 = 1$

ليس هناك جذر وحدوي والسلسلة ليس لها إتجاه عشوائي: $H_a : \phi_1 < 1$

تابع- اختبار الجذر الوحدي

وقد تم وضع القيم الحدودية لاختبار ديكاي وفولر في برامج الإقتصاد القياسي للحاسب الآلي مثل برنامج EVIEWS بحيث يتم استخدامها . يقوم الاختبار على نفس الطريقة التي يتم من خلالها إختبار معنوية البرامترات باستخدام إحصائية t . فإذا كانت القيمة المحتسبة للبرامتر المناظر للمتغـــــير y_{t-1} أكبر من القيمة الحدودية تقبل فرضية العدم أي تقبل فرضية وجود جذر وحدوي. أما إذا كانت القيمة المحتسبة أقل من القيمة الحدودية فترفض فرضية العدم .

الصيغة المنقحة لاختبار ديكي وفولر

(Augmented Dickey – Fuller) (ADF)

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} - \Phi_1 \Delta y_{t-1} - \Phi_2 \Delta y_{t-2} - \cdots - \Phi_p \Delta y_{t-p} + u_t$$

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} - \Phi_1 \Delta y_{t-1} - \Phi_2 \Delta y_{t-2} - \cdots - \Phi_p \Delta y_{t-p} + c + u_t$$

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} - \Phi_1 \Delta y_{t-1} - \Phi_2 \Delta y_{t-2} - \cdots - \Phi_p y_{t-p} + c + bt + u_t$$

حيث أن u_t هي أخطاء عشوائية. يتمثل الاختبار في التالي:

جذر وحدوي $H_a : |\rho| < 1$

عدم وجود جذر وحدوي $H_o : \rho = 1$

تبعات نظرية السلاسل غير المستقرة

- توفيق علاقة بين متغير I(1) وآخر I(1) يمكن أن يؤدي إلى انحدار زائف إذا لم تتوفر بعض الشروط اللازمة (التكامل المشترك) .

- تقدير علاقة بين متغير وقيمه المتأخرة يؤدي إلى بخس في معلمات النموذج إذا كان ذلك المتغير I(1).

تبعات نظرية السلاسل غير المستقرة

- هناك طريقتان للتعامل مع السلاسل غير المستقرة :

- **الطريقة التقليدية :** التي تقتضي الحصول على سلاسل منقحة ومستقرة I(0) بعد تطبيق طريقة مشغل الفروق.

- **طريقة نماذج تصحيح الخطأ** (Error Correction Models) تطبق هذه الطريقة في حالة المتغيرات المستقرة وحتى في حالة عدم استقرارها مع لزوم الحذر في تقدير البرامترات وتفسير معنوياتها .

نموذج ECM

$$\Delta y_t = z_t \alpha + \beta(y_{t-1} - \lambda x_{t-1}) + \delta \Delta x_t + u_t$$

حيث أن كل المتغيرات المفسرة في النموذج مستقرة . وحيث λ هو برامتر المعادلة التكاملية .

المعـــادلات الآنيـة

الأهمية : عدة متغيرات في نماذج الانحدار تتحدّد آنياً وبالتالي تُسبّب مشاكل على مستوى التقدير .

مثال : معادلة طلب على سلعة معينة :

$$D_t = \alpha + \beta P_t + \varepsilon_{1t} \quad ; \ \beta < 0$$

يمكن تقدير هذه العلاقة بمجرد الحصول على بيانات مناسبة للطلب والسعر.

قياس هذه العلاقة يزيد صعوبة عندما تتغير العوامل المؤثرة على الطلب في نفس الوقت . من بين أسباب هذه التغيرات الآنية هو وجود علاقة قوية بين المتغيرات الاقتصادية. بعبارة أخرى، العلاقة التي تحدد السعر ليست مستقلة عن العلاقات الأخرى التي تحدد الكميات المباعة والمشتراة مثلاً.

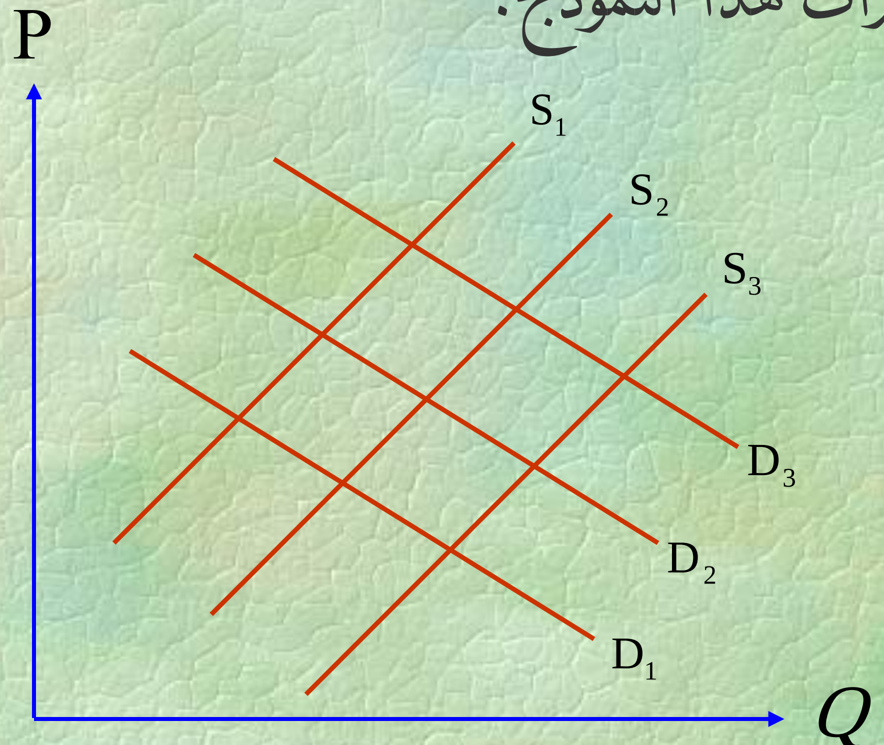
افرض الآن نظام معادلتي الطلب والعرض في نفس الوقت :

$$D_t = \alpha + \beta P_t + \varepsilon_{1t} \quad ; \; \beta < 0$$

$$S_t = \gamma + \delta P_t + \varepsilon_{2t} \quad ; \; \delta > 0$$

تسمى هذه المعادلات : المعادلات الهيكلية .

في إطار التغير الآني للبرامترات التي تؤثر في نفس الوقت في الطلب والعرض يصعب تقدير برامترات هذا النموذج.



يمكن تقدير النموذج مثلاً إذا وضعنا قيداً إضافياً والمتمثل في شرط توازن العرض والطلب ليصبح النظام كالتالي:

$$D_t = \alpha + \beta P_t + \varepsilon_{1t} \quad ; \; \beta < 0$$

$$S_t = \gamma + \delta P_t + \varepsilon_{2t} \quad ; \; \delta > 0$$

$$S_t = D_t = Q_t$$

انطلاقاً من النظام السابق نتحصّل على الصيغة المختزلة للنظام كالتالي :

$$P_t = \frac{\gamma - \alpha}{\beta - \delta} + \frac{\varepsilon_{2t} - \varepsilon_{1t}}{\beta - \delta}$$

$$Q_t = \frac{\beta\gamma - \alpha\delta}{\beta - \delta} + \frac{\beta\,\varepsilon_{2t} - \delta\,\varepsilon_{1t}}{\beta - \delta}$$

أو بعبارة أخرى :

$$P_t = \pi_0 + V_t$$

$$Q_t = \pi_1 + W_t$$

وممّا سبق يظهر أن المعلومات التي يحتويها النظام المختزل لا تكفي للتوصّل إلى برامترات المعادلات الهيكلية حيث أن للحصول على حلّ وحيد لعدد G مجاهيل يجب أن تتوفر عدد G معادلات مستقلة . في هذه الحالة يُقال أن النظام مميز أقل من اللازم Under-Identified.

ملاحظة هامة :

في حين أنه يمكن دائماً أن نقدر برامترات النموذج المختزل (النموذج التي تكتب فيه المتغيرات الداخلية كدالة في المتغيرات الخارجية فحسب) لا يمكن في كلّ الأحوال تقدير برامترات النماذج الهيكلية خاصة إذا كان النموذج غير مميزا .

مثلاً مقدرات برامترات الصيغة المختزلة السابقة هي :

$$\hat{\Pi}_0 = \overline{P}$$

$$\hat{\Pi}_1 = \overline{Q}$$

حيث $\overline{P}$ و $\overline{Q}$ هي المتوسطات الحسابية للسعر والكمية .

هناك 3 أنواع من المعلومات تخول لنا تمييز النماذج :

- معلومات مسبقة حول البرامترات الهيكلية .

- معلومات مسبقة حول خاصية الأخطاء العشوائية .

- معلومات مسبقة حول هيكل النموذج .

مثلاً إذا كانت قيم α و β في معادلة الطلب معروفة مسبقاً فيمكن الحصول على برامترات معادلة العرض γ و δ من معادلات النظام المختزل.

لنرى كيف يساعد إدخال متغيرات جديدة على تمييز النماذج الهيكلية .

الصيغة الهيكلية :

$$D_t = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 I_t + \varepsilon_{1t} \qquad \alpha_1 < 0 , \alpha_2 > 0$$

$$S_t = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 P_{t-1} + \varepsilon_{2t} \qquad \beta_1 > 0 , \beta_2 < 0$$

الصيغة المختزلة :

$$P_t = \pi_0 + \pi_1 I_t + \pi_2 P_{t-1} + V_t$$

$$Q_t = \pi_3 + \pi_4 I_t + \pi_5 P_{t-1} + W_t$$

اشتقاق البرامترات الهيكلية من البرامترات المختزلة

$$\pi_0 = \frac{\beta_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \beta_1} \qquad \pi_1 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \beta_1} \qquad \pi_2 = \frac{\beta_2}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$\pi_3 = \frac{\alpha_1 \beta_0 - \alpha_0 \beta_1}{\alpha_1 - \beta_1} \qquad \pi_4 = -\frac{\alpha_2 \beta_1}{\alpha_1 - \beta_1} \qquad \pi_5 = \frac{\alpha_1 \beta_2}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$V_t = \frac{\varepsilon_{2t} - \varepsilon_{1t}}{\alpha_1 - \beta_1} \quad ; \quad W_t = \frac{\alpha_1 \varepsilon_{1t} - \beta_1 \varepsilon_{1t}}{\alpha - \beta_1}$$

شرط تمييز النماذج الهيكلية

قاعدة الترتيب Order Condition:

G: عدد المتغيرات التابعة في النموذج.

g : عدد المتغيرات التابعة المدرجة في معادلة هيكلية معينة .

K: عدد المتغيرات الخارجية والمسبقة في النموذج.

k : عدد المتغيرات الخارجية والمسبقة في نفس المعادلة .

شرط تمييز النماذج الهيكلية

يتطلب تعريف معادلة هيكلية تحتوي على g متغير تابع أن يكون عدد المتغيرات الخارجية والمسبقة غير المدرجة في المعادلة أكبر أو على الأقل تساوي عدد المتغيرات الداخلية المدرجة في يمين المعادلة (أي عدد المتغيرات التابعة المدرجة في المعادلة ناقص واحد).

$$\boxed{K - k \geq g - 1}$$

شرط تمييز النماذج الهيكلية

$K - k = g - 1$ المعادلة معرّفة تماماً

$K - k > g - 1$ المعادلة معرّفة أكثر من اللازم

ملاحظة: قاعدة الترتيب تعتبر شرطاً ضرورياً وليس كافياً لتعريف النماذج

حيث أن الشرط الكافي يتمثل في قاعدة الرتبة Rank Condition .

طريقة المربعات الصغرى على مرحلتين

(2SLS)

طريقة جيدة للحصول على مقدرات للبرامترات الهيكلية خاصة في حالة النماذج المقدرة أكثر من اللازم .

افرض النموذج التالي:

$$C = \alpha + \beta Y + \varepsilon$$

$$Y = C + I$$

حيث أن :

ε : متغير عشوائي قيمته المتوقعة صفرية وتباينه σ^2 .

C : الانفاق الاستهلاكي .

Y: الدخل .

I : الاستثمار (متغير خارجي) .

طريقة المربعات الصغرى على مرحلتين (2SLS)

يمكننا أن نلاحظ أن الدخل Y والخطأ العشوائي ε في المعادلة الأولى ليسا مستقلين عن بعضهما البعض لأن Y غير مستقلة عن C (التي تحتوي على العنصر العشوائي ε) . وبالتالي، فإن تطبيق طريقة المربعات الصغرى للحصول على مقدرات لـ α و β في المعادلة سيحدث مقدرات متحيزة وغير متسقة.

طريقة (2SLS)

المرحلة الأولى :

تقدير العلاقة بين كل متغير داخلي (تابع) في النموذج وكل المتغيرات الخارجية والمسبقة في النموذج والحصول على القيم المقدّرة للمتغيرات التابعة .

المرحلة الثانية :

استخدام القيم المقدرة للمتغيرات التابعة من المرحلة الأولى وتقدير العلاقات الهيكلية بطريقة المربعات الصغرى .

طريقة (2SLS)

المرحلة الأولى تقتضي تقدير العلاقة بين المتغير المرتبط مع الخطأ العشوائي والمتغيرات المستقلة للنموذج باستعمال طريقة المربعات الصغرى أي :

$$Y = \hat{\gamma} + \hat{\delta} I + \hat{\varepsilon}$$

حيث أن :

$$\hat{\delta} = \frac{\sum_i (Y_i - \bar{Y})(I_i - \bar{I})}{\sum_i (I_i - \bar{I})^2} \quad ; \quad \hat{\gamma} = \bar{Y} - \hat{\delta}\bar{I}$$

وبالتالي فإن القيم المقدرة للمتغير Y_i هي :

$$\hat{Y}_i = \hat{\gamma} + \hat{\delta} I_i$$

طريقة (2SLS)

وعليه فإن مقدار 2SLS سيكون كالتالي :

$$\hat{\beta}_{2SLS} = \frac{\sum (C_i - \bar{C})(\hat{Y}_i - \bar{\hat{Y}})}{\sum_i (\hat{Y}_i - \bar{\hat{Y}})^2} = \frac{\sum_i (C_i - \bar{C})(\hat{Y}_i - \bar{Y})}{\sum_i (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}$$

تطبيقات عملية

دوال الاستهلاك الخاص

- نظرية الدخل المطلق (Keynes)
- نظرية الدخل النسبي (Duesenberry)
- نظرية الدخل الدائم (Friedman)
- نظرية دور الحياة (Ando and Modigliani)
- كل الدراسات الإمبريقية لدوال الاستهلاك تحوم حول صيغة من صيغات الدخل الدائم حيث يتم تقدير الدخل كوسط مرجح للدخول السابقة.

تطبيقات عملية

- الدخل : (نظرية الدخل المطلق) .
- سعر الفائدة :
  - أثر الدخل .
  - أثر الإحلال .
- الرفاه .
- مستوى الاستهلاك السابق (نظريات الدخل الدائم والدخل النسبي) .

تطبيقات عملية

دوال الاستثمـار

- مستوى النشـاط الاقتصادي .

- السعر النسبي للاستثمار .

- عوامل ديناميكية أخرى (عدم اليقين مثل إمكانية عدم استمرارية السياسات القائمة أو عوامل وحوادث غير متوقعة ، تطور حجم الائتمان ومدى توفر النقد الأجنبي ، . . . .) .

دالة الاستثمار في الدول العربية

بيان المتغيرات	توصيف المتغيرات
المتغير التابع LOGI	لوغاريتم إجمالي تكوين رأس المال الثابت بالأسعار الثابتة
المتغيرات المفسرة	
LOGI-LAGGED	لوغاريتم المتغير التابع مؤخر بفترة إبطاء واحدة
LOGR	لوغاريتم سعر الفائدة الحقيقي
LOGGDPGR	لوغاريتم معدل النمو في الناتج المحلي الإجمالي الحقيقي

دالة الاستهلاك الخاص في الدول العربية

توصيف المتغيرات	بيان المتغيرات
لوغاريتم متوسط نصيب الفرد من الاستهلاك الخاص بالأسعار الثابتة	المتغير التابع LOGRPCPC
	المتغيرات المفسرة
لوغاريتم المتغير التابع مؤخر بفترة إبطاء واحدة	LOGI-LAGGED
لوغاريتم سعر الفائدة الحقيقي	LOGR
لوغاريتم متوسط نصيب الفرد من الدخل القومي الحقيقي (الدخل القومي بالأسعار الجارية مقسوما على الرقم القياسي لمكمش الاستهلاك الخاص)	LOGRPCGNI

دالة الاستثمار الخاصة بمصر

بيان المتغيرات	توصيف المتغيرات
المتغير التابع **LOGPR**	لوغاريتم نسبة الاستثمار الخاص من الناتج المحلي الإجمالي بالأسعار الثابتة
المتغيرات المفسرة	
LOGI-LAGGED	المتغير التابع مؤخر بفترة إبطاء واحدة
R	سعر الفائدة الحقيقي المشتق من سعر فائدة الإقراض الاسمى ومكمش الناتج المحلي الإجمالى
RDCPGR	معدل النمو الحقيقي في ا لائتمان الموجه للقطاع الخاص (الأرصدة الجارية مقسومة على الرقم القياسي لأسعار المستهلكين حضر)
INFR	معدل التضخم المحسوب من الرقم القياسي لمستوى أسعار المستهلكين (حضر)
GDPGR	معدل النمو في الناتج المحلي الإجمالي الحقيقي
LOGIMCR	لوغاريتم نسبة تغطية الاحتياطات الدولية بعد استبعاد الذهب النقدي لقيمة الواردات الشهرية من السلع والخدمات
LOGTDGDP	لوغاريتم نسبة إجمالي الدين الخارجي من الناتج المحلي
LOGTDEX	لوغاريتم نسبة إجمالي الدين الخارجي إلى الصادرات من السلع والخدمات
LOGREER	لوغاريتم سعر الصرف الحقيقي معبرا عنه بسعر السوق الموازي
VARINF, VARR, VARGDPGR	تباين كل من معدل التضخم، وسعر الفائدة الحقيقي ، ومعدل النمو الحقيقي في الناتج المحلي الإجمالي للتغيير عن عدم اليقين